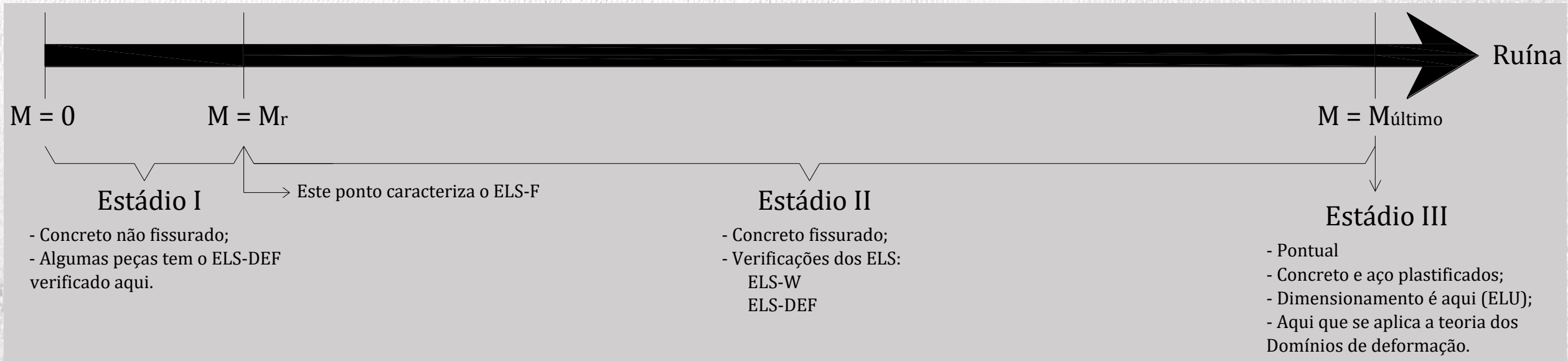


Cálculo de Flechas em Lajes Trelaçadas Unidirecionais **ELS-DEF**

Dr. Artur Lenz Sartorti



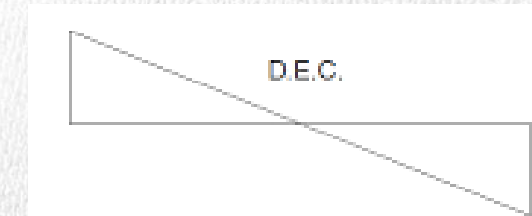
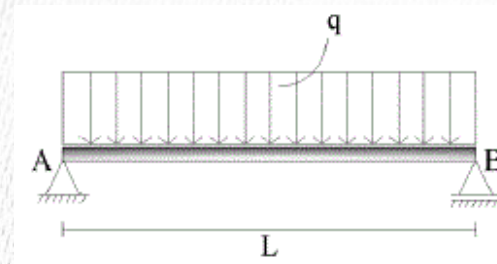




Estádio I ou II?

$$M_{CQP} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

α um coeficiente que depende da forma da seção transversal. Vale 1,5 para seções retangulares como a das lajes maciças; 1,3 para seções I ou T invertido como das lajes mesa dupla; e 1,2 para seções em forma de T ou duplo T como as lajes nervuradas e lajes PI



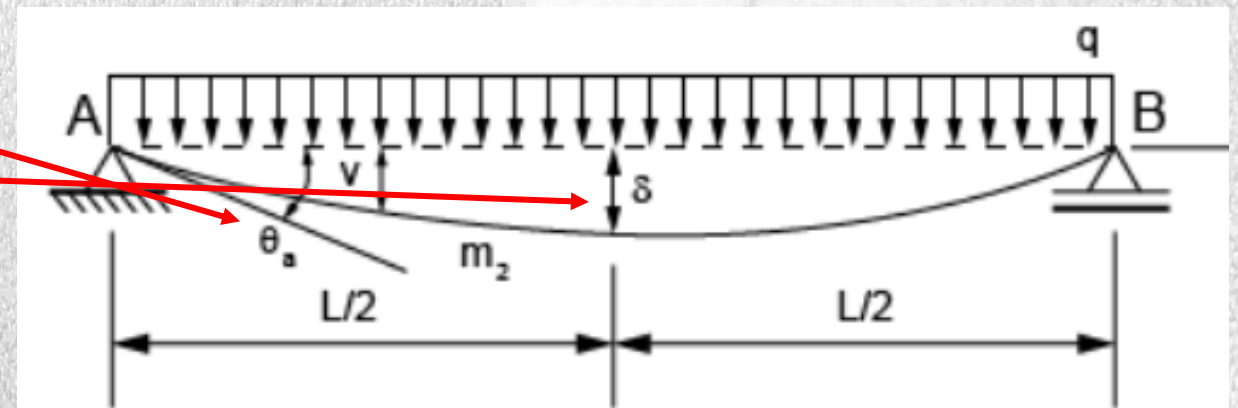
$-p(x) \rightarrow$ função do carregamento

$\int -p(x) dx = V(x) \rightarrow$ função da força cortante

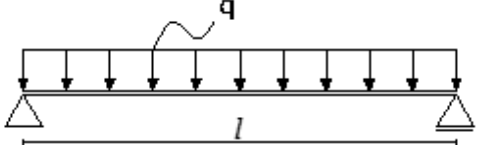
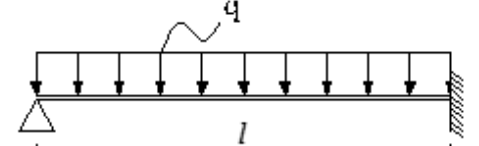
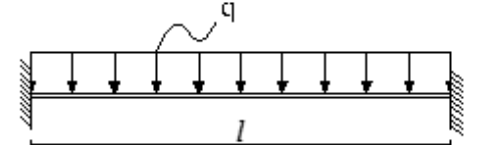
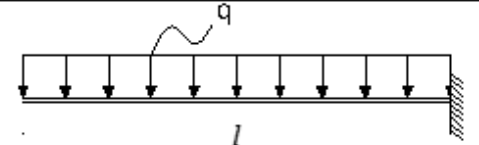
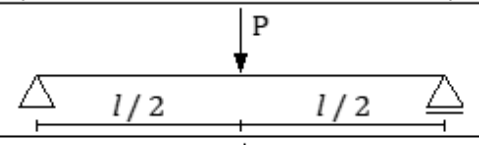
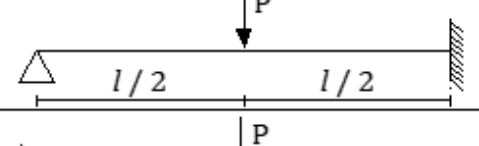
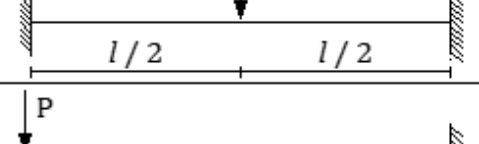
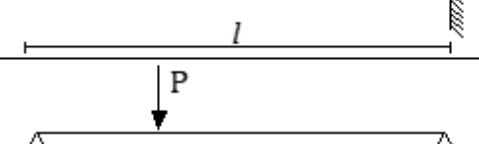
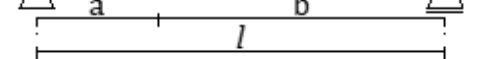
$\int V(x) dx = M(x) \rightarrow$ função do momento fletor

$\int M(x) dx = \theta(x) \rightarrow$ função do giro

$\int \theta(x) dx = a(x) \rightarrow$ função da linha elástica





Caso	Vinculações e carregamentos	Flecha elástica inicial
1		$\frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I}$
2		$\frac{3 \cdot q \cdot l^4}{554 \cdot E \cdot I}$
3		$\frac{q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I}$
4		$\frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I}$
5		$\frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$
6		$\frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$
7		$\frac{\sqrt{5} \cdot P \cdot l^3}{240 \cdot E \cdot I}$
8		$\frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$
9		$\frac{P \cdot b \cdot \sqrt{(l^2 - b^2)^3}}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I}$



Inércia Equivalente de Branson

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$



Flecha Diferida

$$a_{total} = a_i \cdot (1 + \alpha_f)$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d}$$

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

$\xi = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32}$ para $t \leq 70$ meses
 $\xi = 2$ para $t > 70$ meses



Limites

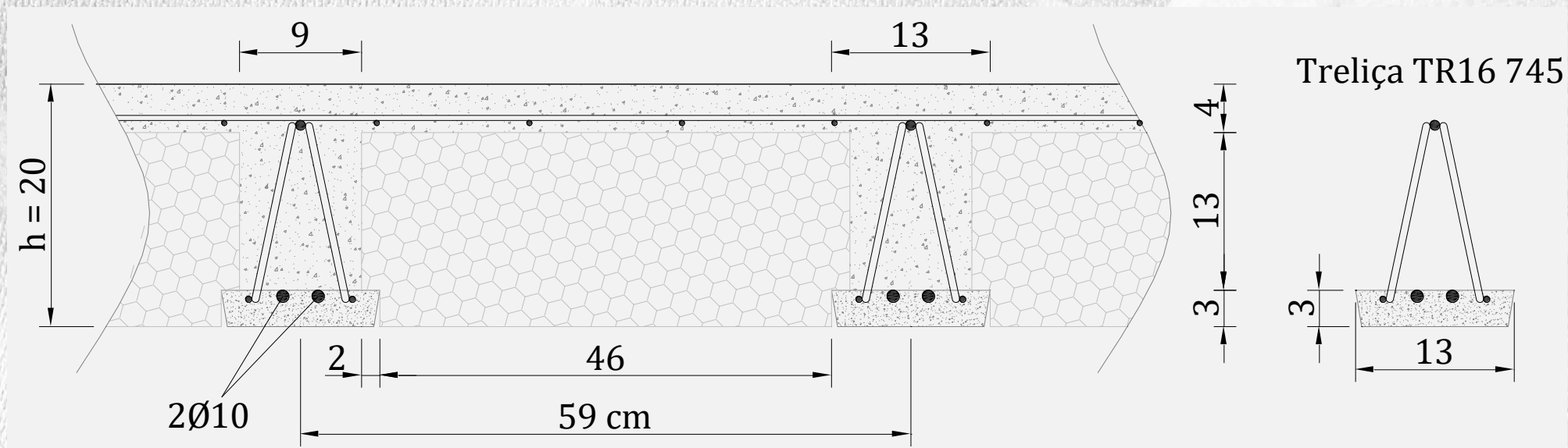
Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas variáveis de utilização	$\ell/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\ell/250^{(a)}$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásio e pistas de boliche	Total	$\ell/350 +$ contraflecha $^{(b)}$
			Ocorrido após a construção do piso	$\ell/600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	
		Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$\ell/500^{(c)}$ e 10 mm e $\theta = 0,0017\text{rad}^{(d)}$





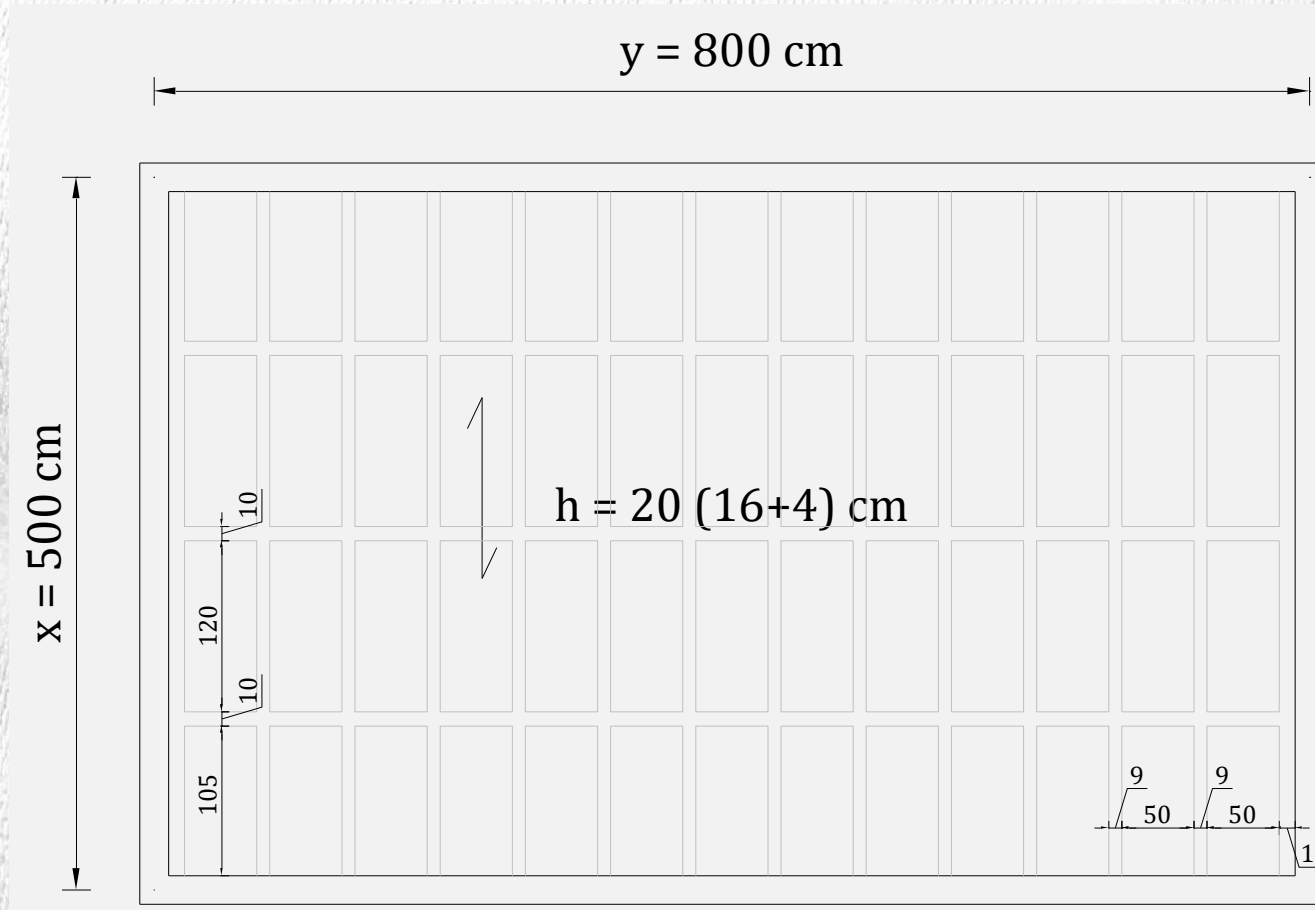
Exemplo 1

Verificar o ELS-DEF. Sabe-se que: o concreto é da classe C30; o agregado graúdo é de basalto; a armadura positiva na direção x é $2,04 \text{ cm}^2/\text{nervura}$; cobertura nominal de 2,5 cm (2 cm na vigota devido ao rígido controle de qualidade); carregamentos característicos permanente de $3,50 \text{ kN/m}^2$ e variável de $1,50 \text{ kN/m}^2$; e momento fletor na combinação quase permanente de ações na direção x de $728,28 \text{ kN.cm/nervura}$.





Exemplo 1





Exemplo 1

Carregamento na CQP (edifício residencial)

$$CQP = G + \psi_2 \cdot Q = 3,5 + 0,3 \cdot 1,5 = 3,95 \text{ kN/m}^2 = 0,000395 \text{ kN/cm}^2$$

$$p_{x,nerv} = 0,000395 \cdot 59 = 0,023305 \text{ kN/cm.nervura}$$



Exemplo 1

Determinação do Estádio

$$y_t = 14,21 \text{ cm}$$

$$I_c = 12329,82 \text{ cm}^4/\text{nervura}$$

$$\alpha = 1,2$$

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 30^{2/3} = 2,896 \text{ MPa} = 0,2896 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1,2 \cdot 0,2896 \cdot 12329,82}{14,21} = 301,54 \text{ kN.cm/nervura}$$

$$M_{ax,CQP} = 728,28 \text{ kN.cm/m} < M_r \therefore \text{Estádio II} \therefore I = I_{eq}$$



Exemplo 1

Homogeneização da Seção Transversal

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{21000}{3220} = 6,52$$

$$\frac{b_f \cdot x^2}{2} + A_s \cdot \alpha_e \cdot x - A_s \cdot \alpha_e \cdot d = 0$$

$$\frac{59 \cdot x^2}{2} + 2,04 \cdot 6,52 \cdot x - 2,04 \cdot 6,52 \cdot 17,5 = 0$$

$$29,5x^2 + 13,30 \cdot x - 232,76 = 0$$

$$x' = 2,58 \text{ cm (adotado)}$$

$$x'' = -3,04 \text{ cm (sem valor físico)}$$



Exemplo 1

Inércia no Estádio II

$$I_{II} = \frac{b_f \cdot x^3}{12} + b_f \cdot \frac{x^3}{4} + A_s \cdot \alpha_e \cdot (d - x)^2$$

$$I_{II} = \frac{59 \cdot 2,58^3}{12} + 59 \cdot \frac{2,58^3}{4} + 2,04 \cdot 6,52 \cdot (17,5 - 2,58)^2 = 3298,59 \text{ cm}^4 / \text{nervura}$$



Exemplo 1

Inércia Equivalente de Branson

$$I_{eq} = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq I_c$$

$$I_{eq} = \left\{ \left(\frac{301,54}{728,28} \right)^3 \cdot 12329,82 + \left[1 - \left(\frac{301,54}{728,28} \right)^3 \right] \cdot 3298,59 \right\} \leq 12329,82 \text{ cm}^4 / \text{nervura}$$

$$I_{eq} = 3939,63 \text{ cm}^4 / \text{nervura} \leq 12329,82 \text{ cm}^4 / \text{nervura}$$



Exemplo 1

Flecha Elástica Inicial

$$a_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{x,nerv} \cdot \ell_x^4}{E_{cs} \cdot I_{eq}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,023305 \cdot 500^4}{3220 \cdot 3939,63} = 1,495 \text{ cm}$$



Exemplo 1

Flecha Total

Escoras são retiradas aos 15 dias (0,5 mês)

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{(2 - 0,54)}{1 + 0} = 1,46$$

Logo a flecha final (imediate mais diferida no tempo) é:

$$a_{total} = a_i \cdot (1 + \alpha_f) = 1,495 \cdot (1 + 1,46) = 3,678 \text{ cm}$$



Exemplo 1

Limite

$$a_{lim} = \frac{l_x}{250} = \frac{500}{250} = 2 \text{ cm} < a_{total} \therefore \text{NOK}$$

Contraflecha

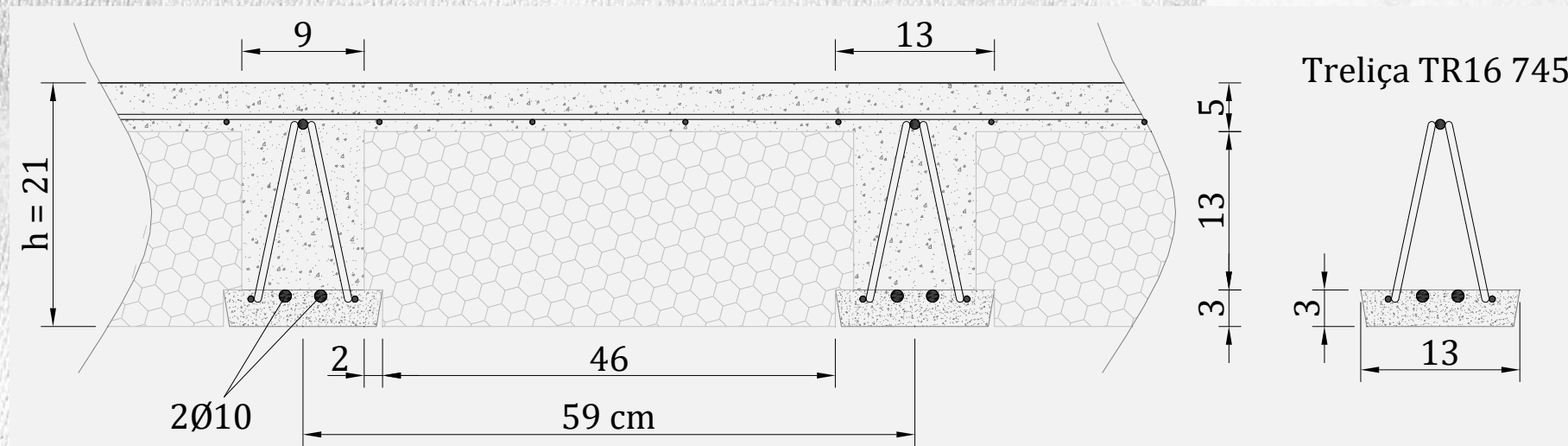
$$CF_{lim} = \frac{l_x}{350} = \frac{500}{350} = 1,43 \text{ cm}$$

$$2 + 1,43 = 3,43 \text{ cm} < 3,68 \text{ cm} \therefore \text{NOK}$$



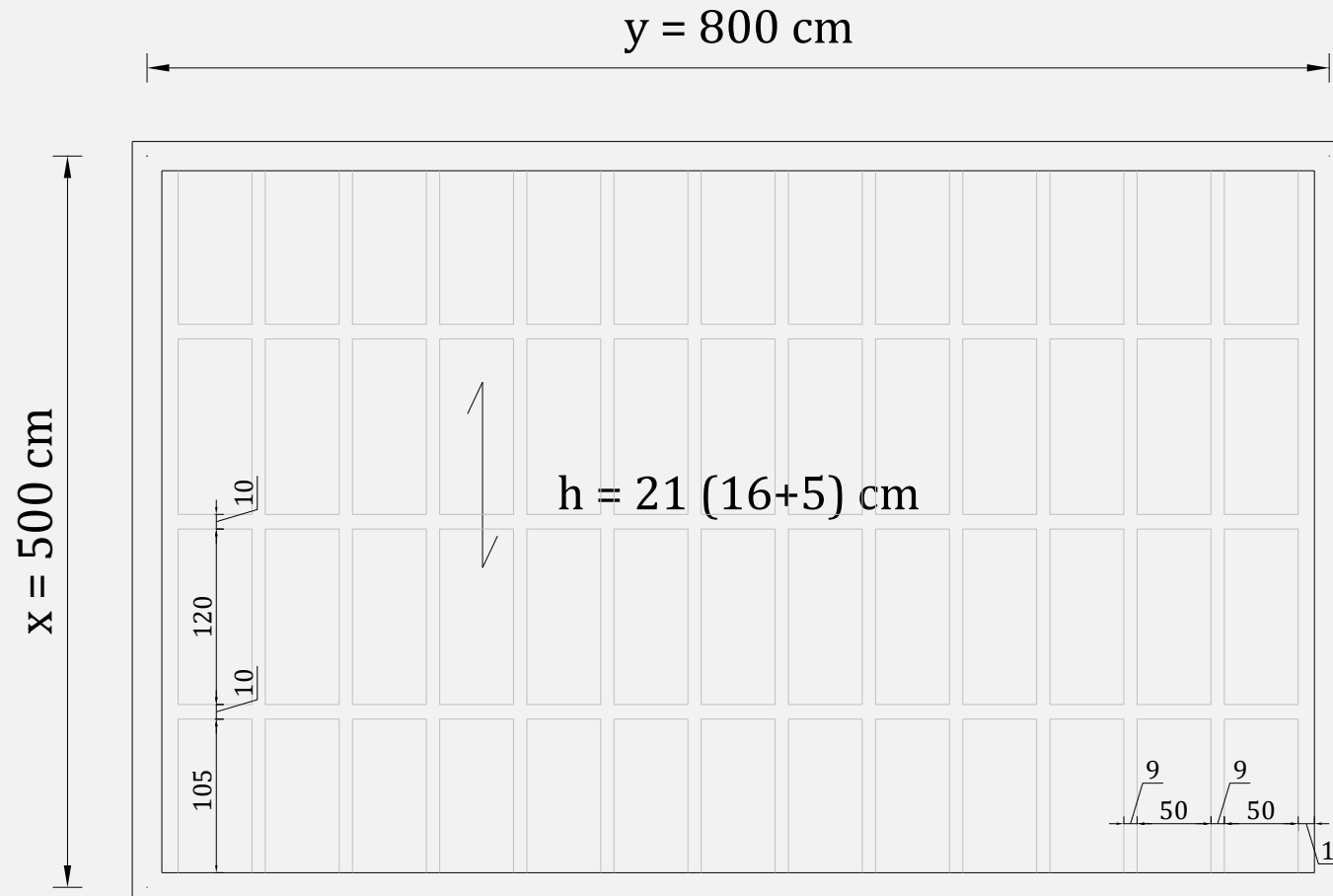
Exemplo 2

Refazer o exemplo 1 elevando 1 cm na capa da laje. Sabe-se que: o concreto é da classe C30; o agregado graúdo é de basalto; a armadura positiva na direção x é $2,04 \text{ cm}^2/\text{nervura}$; cobertura nominal de 2,5 cm (2 cm na vigota devido ao rígido controle de qualidade); carregamentos característicos permanente de $3,75 \text{ kN/m}^2$ e variável de $1,50 \text{ kN/m}^2$; e momento fletor na combinação quase permanente de ações na direção x de $774,38 \text{ kN.cm/nervura}$.





Exemplo 2





Exemplo 2

Carregamento na CQP (edifício residencial)

$$CQP = G + \psi_2 \cdot Q = 3,75 + 0,3 \cdot 1,5 = 4,20 \text{ kN/m}^2 = 0,000420 \text{ kN/cm}^2$$

$$p_{x,nerv} = 0,000420 \cdot 59 = 0,02478 \text{ kN/cm.nervura}$$



Exemplo 2

Determinação do Estádio

$$y_t = 15,06 \text{ cm}$$

$$I_c = 14354,97 \text{ cm}^4/\text{nervura}$$

$$\alpha = 1,2$$

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 30^{2/3} = 2,896 \text{ MPa} = 0,2896 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1,2 \cdot 0,2896 \cdot 14354,97}{15,06} = 331,25 \text{ kN.cm/nervura}$$

$$M_{ax,CQP} = 774,38 \text{ kN.cm/m} < M_r \therefore \text{Estádio II} \therefore I = I_{eq}$$





Exemplo 2

Homogeneização da Seção Transversal

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{21000}{3220} = 6,52$$

$$\frac{b_f \cdot x^2}{2} + A_s \cdot \alpha_e \cdot x - A_s \cdot \alpha_e \cdot d = 0$$

$$\frac{59 \cdot x^2}{2} + 2,04 \cdot 6,52 \cdot x - 2,04 \cdot 6,52 \cdot 18,5 = 0$$

$$29,5x^2 + 13,30 \cdot x - 246,06 = 0$$

$$x' = 2,67 \text{ cm (adotado)}$$

$$x'' = -3,12 \text{ cm (sem valor físico)}$$



Exemplo 2

Inércia no Estádio II

$$I_{II} = \frac{b_f \cdot x^3}{12} + b_f \cdot \frac{x^3}{4} + A_s \cdot \alpha_e \cdot (d - x)^2$$

$$I_{II} = \frac{59 \cdot 2,67^3}{12} + 59 \cdot \frac{2,67^3}{4} + 2,04 \cdot 6,52 \cdot (18,5 - 2,67)^2 = 3707,37 \text{ cm}^4 / \text{nervura}$$



Exemplo 2

Inércia Equivalente de Branson

$$I_{eq} = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq I_c$$

$$I_{eq} = \left\{ \left(\frac{331,25}{774,38} \right)^3 \cdot 14354,97 + \left[1 - \left(\frac{331,25}{774,38} \right)^3 \right] \cdot 3707,37 \right\} \leq 14354,97 \text{ cm}^4 / \text{nervura}$$

$$I_{eq} = 4540,78 \text{ cm}^4 / \text{nervura} \leq 14354,97 \text{ cm}^4 / \text{nervura}$$



Exemplo 2

Flecha Elástica Inicial

$$a_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{x,nerv} \cdot \ell_x^4}{E_{cs} \cdot I_{eq}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,02478 \cdot 500^4}{3220 \cdot 4540,78} = 1,379 \text{ cm}$$



Exemplo 2

Flecha Total

Escoras são retiradas aos 15 dias (0,5 mês)

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{(2 - 0,54)}{1 + 0} = 1,46$$

Logo a flecha final (imediate mais diferida no tempo) é:

$$a_{total} = a_i \cdot (1 + \alpha_f) = 1,379 \cdot (1 + 1,46) = 3,392 \text{ cm}$$



Exemplo 2

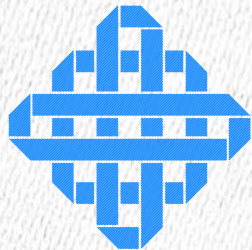
Limite

$$a_{lim} = \frac{l_x}{250} = \frac{500}{250} = 2 \text{ cm} < a_{total} \therefore \text{NOK}$$

Contraflecha

$$CF_{lim} = \frac{l_x}{350} = \frac{500}{350} = 1,43 \text{ cm}$$

$$2 + 1,43 = 3,43 \text{ cm} < 3,39 \text{ cm} \therefore \text{Ok}$$



KÜSTER & SARTORTI


ENGENHARIA ESTRUTURAL

www.kustersartorti.com.br

Leandro Dias Küster

(19) 9 7117-8877


leandro.kuster@kustersartorti.com.br

 @eng_leandro_kuster

Artur Lenz Sartorti

(19) 9 8330-2425

artur.sartorti@kustersartorti.com.br

 @artur_lenz_sartorti

PROJETO E EXECUÇÃO DE
LAJES TRELIÇADAS